

文章编号:1000-8055(2012)01-0110-08

成败型产品的 Bayes 可靠性验证试验设计

冯文哲, 刘 琦

(国防科学技术大学 信息系统与管理学院, 长沙 410073)

摘 要: 分析了成败型产品的可靠性统计验证试验设计的需求、约束条件. 对成败型产品成功概率的假设检验, 综合考虑弃真和采伪的风险损失以及可靠性试验的成本, 建立了基于试验损失的可靠性试验设计模型(RTDMTL). 由 Bayes 方法, 对于给定的样本量, 运用 0-1 损失函数, 按照验后期望损失最小的原则, 推导出了最大可接受数的计算方法. 根据平均风险准则, 给出了弃真和采伪两类风险的计算公式. 对于 RTDMTL 的求解, 给出了基于 Matlab 软件的最优试验方案数值算法的求解步骤. 最后通过示例验证了该方法的有效性.

关 键 词: 航空航天; 可靠性试验设计; Bayes 方法; 平均风险; 试验损失

中图分类号: TP114

文献标志码: A

Bayesian reliability demonstration test design for binomial distributed product

FENG Wen-zhe, LIU Qi

(College of Information Systems and Management,
National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The requirements and constraint conditions of reliability statistical demonstration test design for binomial distributed product were analyzed. Considering the producer's risk and consumer's risk, reliability test cost, the reliability test design model based on test loss (RTDMTL) was constructed for the reliability test design of binomial distributed product. To given sample size, according to 0-1 loss function, the acceptable maximum failure number calculation method was presented under the principle of minimize the posterior expect loss. According to average risk criteria, the formulas of producer's risk and consumer's risk were deduced. To the solution of RTDMTL, the steps of optimum test plan calculating numeric algorithm were given by Matlab software. At last, an example was given to show the validity of the proposed method.

Key words: aerospace; reliability test design; bayes method; average risk; test loss

可靠性验证试验设计是为了对装备的可靠性进行验证, 在规定的可靠性要求下运用统计学的原理研究如何合理选取试验样本量, 制定出一个优化可行的试验方案的过程^[1]. 在可靠性试验当中, 成败型产品占有非常重要的地位, 很多战技指标的分析都需要运用二项分布进行分析, 如导弹的命中精度、引信的发火概率^[2]等. 在航空航天领

域中, 对成败型产品的可靠性进行分析具有非常重要的作用. 如对航空炮弹的可靠性^[3]、空空导弹的近炸引信的发火概率^[4]和飞机上的某些成败型部件的可靠度^[5]等的分析. 因此, 研究成败型产品的可靠性验证试验设计具有非常重要的意义.

对成败型产品的可靠性验证试验设计, 国内外学者进行了大量的研究. 在经典可靠性验证试

收稿日期:2011-03-24; 修订日期:2011-07-18

基金项目:国家自然科学基金(70971133); 高等学校博士学科点专项科研基金(70571083)

作者简介:冯文哲(1984—), 男, 河北邯郸人, 硕士生, 主要从事系统评价与决策分析研究.

验设计方面,GB 5080. 5-85^[6], MIL-HDBK-338b^[7]给出了基于两类风险要求的试验设计方案。

随着现代科技的发展,武器装备的研制、生产、试验费用越来越高,使得对产品难以进行大量的现场试验。由于 Bayes 方法可以充分利用验前信息、样本信息和总体信息完成对装备的可靠性试验验证,同经典方法相比,具有节约样本量和试验时间,从而降低试验费用的优势。因此,部分学者对基于 Bayes 方法的可靠性验证试验设计技术进行了研究。如 WU Xiaoyue^[8]对带有可靠性增长的成败型系统的可靠性验证试验设计进行了研究,并且以二阶段可靠性试验为例,给出了具体的试验方案;Katsis^[9]通过对可靠性试验的样本量进行推导计算,给出了成败型产品的可靠性验证试验方案;Hamada 等^[10]在两类风险三种计算方法(经典风险准则、平均风险准则和验后风险准则)的基础上,研究了成败型产品的 Bayes 可靠性验证试验设计技术;Bunouf P 等^[11]结合可靠性参数的验前信息,对其验前分布进行推导,给出了成败型产品的 Bayes 序贯试验方案;Lin Meiten 等^[12]通过融合成败型子系统的验前信息,推导出了系统的验前分布,进而给出了由成败型子系统构成的系统的可靠性验证试验方案;田艳梅等^[13]结合可靠性的定型试验数据,提出了一种验前信息的加工方法,并给出了成败型产品可靠性验收试验的一种 Bayes 方案;姜礼平等^[14]以抽样净收益最大为决策准则,给出了成败型产品的 Bayes 可靠性验证试验方案。

虽然目前对成败型产品的 Bayes 验证试验设计已有相当广泛的研究,但是在现有的可靠性试验设计当中,对于试验方案的选择,一般是选择满足两类风险约束的最小样本量,而很少考虑试验以及由于两类风险而造成的相关损失(如经济上的损失、试验成本需求等)。在实际的试验设计研究中,应综合考虑风险的减少量和试验费用的增量,通过综合权衡,选择使得总收益达到最大(或总损失达到最小)的试验方案。这是当前可靠性验证试验设计研究应重点关注的问题。

本文正是基于上述问题,对成败型产品基于两类风险的 Bayes 可靠性验证试验设计方案进行研究,综合考虑弃真和采伪的风险损失与试验费用,建立了基于试验损失的可靠性试验设计模型(reliability test design model based on test loss, RTDMLT)。对于 RTDMLT 的求解,首先对于给定的样本量 n ,利用 0-1 损失函数,按照验后期望

损失最小的原则给出了最大可接受数 $c_{\max}$ 的计算方法;其次根据风险的约束和平均风险(average risk)的计算公式,确定了满足两类风险($\alpha(n, c)$ 和 $\beta(n, c)$)要求的接受数 c ^[15]。然后,结合 RTDMLT 的约束与优化要求,给出了基于 Matlab 软件的最优试验方案(n, c)求解的数值算法的计算步骤,并且利用 Matlab 软件编程进行了算法实现。最后结合示例,给出了试验设计方案的求解和分析过程。

1 基于试验损失的可靠性试验设计模型(RTDMLT)

在装备可靠性分析中,生产方和使用方关注的是产品的可靠性是否达到研制合同要求。记合同规定的装备可靠性要求为 R_0 ,则对产品的可靠性进行统计分析,等价于进行如下统计假设:

$$H_0: R \geq R_0 \quad H_1: R < R_0 \quad (1)$$

根据抽样检验的结果对某一批产品的可靠性进行统计验证,必然存在着弃真或采伪的风险。假定合同规定的生产方风险为 α_0 ,使用方风险为 β_0 ,采用的试验方案为 (n, c) ,其中 n 为抽样试验的样本量, c 为抽样试验的接受数^[15]。即在实际的可靠性试验中,共进行 n 次试验,当试验中出现的失败次数小于等于 c 时,采纳原假设;当失败次数大于 c 时,拒绝原假设。 $\alpha(n, c)$, $\beta(n, c)$ 分别为试验方案 (n, c) 所对应的生产方风险(弃真风险)和使用方风险(采伪风险)。从保护生产方和使用方利益的角度而言, $\alpha(n, c)$, $\beta(n, c)$ 越小,越能满足生产方和使用方的要求,并且在将来的装备制造与使用中,造成的损失越小。而要使得 $\alpha(n, c)$ 和 $\beta(n, c)$ 同时减少,就必须增加现场试验的样本量 n ^[2],这就使得试验的费用增加。

综合装备试验、制造以及由于抽样检验的不确定性所造成的损失,可建立如下的试验损失评估模型。

$$f(n, c) = C_0 + C_1 n + C_2 \alpha(n, c) + C_3 \beta(n, c) \quad (2)$$

式(2)中:

$f(n, c)$ —实施试验方案 (n, c) 所造成的总体损失,包括试验的初始费用、抽样试验的费用和试验风险造成的损失。

$\alpha(n, c)$ —以 (n, c) 为试验方案时对应的生产方风险。

$\beta(n, c)$ —以 (n, c) 为试验方案时对应的使用方风险。

C_0 —每次试验所需要的初始经费,包括:试

验环境的构造、试验人员的培训、试验结果的观察以及试验数据的分析整理等。

C_1 —试验单位产品所需要的经费,包括:试验单位产品的制造成本、运输成本,以及试验残骸的回收费用等。

C_2 —当抽样检验结果为拒绝原假设时,可能产生弃真风险,从而造成生产方损失,主要包括:生产方的研制费用、使用方放弃采购等所造成的损失。

C_3 —当抽样检验结果为采纳原假设时,可能产生采伪风险,从而造成使用方损失,主要包括:产品使用过程中的维护保障、任务延迟损失等。

在装备试验设计中,应使得总体损失达到最小,所以可建立如下的 RTDMLT:

$$\begin{aligned} \text{Min}(f(n, c)) = \\ \text{Min}(C_0 + C_1 n + C_2 \alpha(n, c) + C_3 \beta(n, c)) \quad (3) \\ \text{s. t. } \begin{cases} \alpha_0 - \alpha(n, c) \geq 0, & \beta_0 - \beta(n, c) \geq 0 \\ C_0 > 0, & C_1 > 0, & C_2 > 0, & C_3 > 0 \\ n_0 \leq n \leq N, & 0 \leq c < c_{\max} \end{cases} \quad (4) \end{aligned}$$

上述的 RTDMLT 中,约束条件 $\alpha_0 - \alpha(n, c) \geq 0, \beta_0 - \beta(n, c) \geq 0$ 表示可靠性验证试验的试验方案首先必须满足研制合同给定的两类风险的上限要求。 $\alpha(n, c), \beta(n, c)$ 的计算见 2.3 节。 $C_0 > 0$ 表示试验的初始费用不为 0, $C_1 > 0, C_2 > 0$ 和 $C_3 > 0$ 表示试验损失与样本量、两类风险成正比。 n_0 是为了确保将来产品可以安全、可靠地运行,而需要的最少现场验证试验次数。 N 表示由于试验资源等的限制,生产方和使用方协商后所能承受的最大样本量。 c 表示抽样方案中的接受数,其最小值为 0,最大值不能超过 $c_{\max}$ 。对于上述的 RTDMLT 进行求解,寻找使得试验损失达到最小的试验方案,即为最优试验方案。

2 RTDMLT 的求解

2.1 RTDMLT 模型的求解思路

成败型一次抽样检验方案中涉及到两个参数,样本量 n 和接受数 c 。由于 Bayes 方法引入验前分布,对 $\alpha(n, c), \beta(n, c)$ 的计算涉及到积分运算,难以用解析方法进行求解。为此,可按照如下步骤求解最优试验方案:

Step 1 按照验后期望损失最小的原则,根据给定的验前分布、损失函数(如 0-1 损失函数),建立 Bayes 决策不等式,对于给定的现场试验次数

$n(n_0 \leq n \leq N)$, 计算出最大可接受数 $c_{\max}$, 见 2.2 节。

Step 2 对于给定的验前分布和试验方案 (n, c) , 按照平均风险准则,推导试验方案 (n, c) 对应的两类风险的计算公式,见 2.3 节。

Step 3 对于给定的样本量 n , 依据两类风险的计算公式,在 $0, 1, 2, \dots, c_{\max}$ 中,选择满足两类风险约束的接受数 c 。

Step 4 将试验方案 (n, c) 对应的两类风险以及样本量代入 RTDMLT, 对不同的试验方案 (n, c) 进行比较分析,选择满足约束条件(4),并使得 $f(n, c)$ 达到最小的样本量 $n_{\min}$ 。该样本量 $n_{\min}$ 对应的试验方案 $(n_{\min}, c)$ 就是最优的试验方案。

2.2 给定样本量 n 后,最大可接受数 $c_{\max}$ 的确定

在 Bayes 可靠性试验分析中,进行参数的假设检验通常是以损失^[2]为基础进行的,假设可靠性假设检验中的损失函数为 0-1 损失,即

$$L(R, \alpha_i) = \begin{cases} 0 & R \in \Theta_i \\ 1 & R \in \Theta_j \end{cases} \quad i, j = 0, 1 \quad (5)$$

其中 α_i 表示采纳第 i ($i = 0, 1$) 种假设的行为; $L(R, \alpha_i)$ 表示采纳第 i 种假设所造成的损失; $\Theta_0 = \{R \mid R \geq R_0\}, \Theta_1 = \{R \mid R < R_0\}$ 。

按照验后期望损失最小的原则,可知假设检验的决策不等式为^[2]

$$M = \frac{P(H_1 | X)}{P(H_0 | X)} \underset{\text{acc. } H_1}{\overset{\text{acc. } H_0}{<}} 1 \quad (6)$$

式(6)中, M 为验后风险比, $\text{acc. } H_0$ 表示接纳原假设, $\text{acc. } H_1$ 表示接纳备择假设, $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 为投入试验的样本, $x_i = 0$ 表示第 i 个样品试验失败, $x_i = 1$ 表示第 i 个样品试验成功, $\sum_{i=1}^n x_i$ 表示 n 次试验中的成功次数,令 $y = n - \sum_{i=1}^n x_i$ 表示 n 次试验中的失败次数。取 R 的验前分布为 Beta 分布,记为 $B(a, b)$ 。根据 Bayes 公式^[2], R 的验后分布为

$$\pi(R | X) = B(a + n - y, b + y) \quad (7)$$

在成败型一次抽样检验方案中,接受原假设时的失败数 y 要小于等于接受数 c ^[15],取失败数最大的情况进行讨论,即令 $y = c$,则基于抽样结果的验后概率为

$$\begin{cases} P(H_0 | X) = 1 - I_{R_0}(a + n - c, b + c) \\ P(H_1 | X) = I_{R_0}(a + n - c, b + c) \end{cases} \quad (8)$$

其中 $I_{R_0}(a + n - c, b + c)$ 为不完全 Beta 函数^[1], 计算公式为

$$\frac{I_{R_0}(a+n-c,b+c) - \int_0^{R_0} R^{a+n-c-1}(1-R)^{b+c-1}dR}{\int_0^1 R^{a+n-c-1}(1-R)^{b+c-1}dR}$$

(9)

可以证明对于给定的 n, a, b 和 $R_0, I_{R_0}(a+n-c, b+c)$ 是 c 的单调递增函数. 结合式(6), 对于不同的 c , 验后风险比 M 为

$$M(c) = \frac{P(H_1 | X)}{P(H_0 | X)} = \frac{I_{R_0}(a+n-c,b+c)}{1-I_{R_0}(a+n-c,b+c)}$$

(10)

对于给定的 n, a, b 和 R_0 , 由于 $I_{R_0}(a+n-c, b+c)$ 是 c 的单调递增函数, 所以 $1-I_{R_0}(a+n-c, b+c)$ 是 c 的单调递减函数, 从而 $M(c)$ 是 c 的单调递增函数. 即: 当 $\pi(R), R_0, n$ 确定以后, 接受数 c 越大, M 越大. 根据式(6), 最大可接受数 $c_{\max}$ 必然满足下式:

$$\frac{P(H_1 | X_n^{c_{\max}})}{P(H_0 | X_n^{c_{\max}})} < 1 < \frac{P(H_1 | X_n^{c_{\max}+1})}{P(H_0 | X_n^{c_{\max}+1})}$$

(11)

在式(11)中, $X_n^{c_{\max}}, X_n^{c_{\max}+1}$ 分别表示样本量

表 1 不同的 c 对应的验后风险比 M

Table 1 Posterior risk ratio based on the different c

c	$P(H_1 X)$	$P(H_0 X)$	M	c	$P(H_1 X)$	$P(H_0 X)$	M
221	0.2301	0.7699	0.298	231	0.4792	0.5208	0.920
222	0.2516	0.7484	0.336	232	0.5063	0.4937	1.025
223	0.2741	0.7259	0.377	233	0.5335	0.4665	1.143
224	0.2975	0.7025	0.423	234	0.5604	0.4396	1.274
225	0.3217	0.6783	0.474	235	0.5870	0.4130	1.421
226	0.3467	0.6533	0.530	236	0.6132	0.3868	1.585
227	0.3723	0.6277	0.593	237	0.6389	0.3611	1.769
228	0.3985	0.6015	0.662	238	0.6639	0.3361	1.975
229	0.4251	0.5749	0.739	239	0.6882	0.3118	2.206
230	0.4520	0.5480	0.825	240	0.7116	0.2884	2.467

对于最大接受数 $c_{\max}$ 的求解是为了满足 Bayes 方法基于损失函数的决策法则. 在成败型产品的抽样检验方案中, 对于给定的样本量 n , 计算出最大接受数 $c_{\max}$ 后, 就可以明确接受数 c 的取值范围, 以保证试验方案不会与决策法则相冲突. 然后依据研制合同规定的两类风险, 选择满足要求的接受数 c , 从而可以确定样本量为 n 的抽样检验方案 (n, c) .

2.3 方案 (n, c) 对应的两类风险的计算

在试验方案 (n, c) 下, 根据成败型产品的概

率为 n , 接受数为 $c_{\max}$ 和 $c_{\max} + 1$ 的抽样样本. 当样本量 n 确定以后, 通过式(11)来确定最大接受数. 由于涉及到积分, 解析方法很难求解, 可运用迭代法, 由 Matlab 软件编程进行计算.

例 1 假定取 $\pi(R)$ 为 $B(1387, 8)$, $R_0 = 0.90$, $n=1000$, 则 M 随着 c 的变化趋势如图 1 所示, 部分计算结果见表 1.

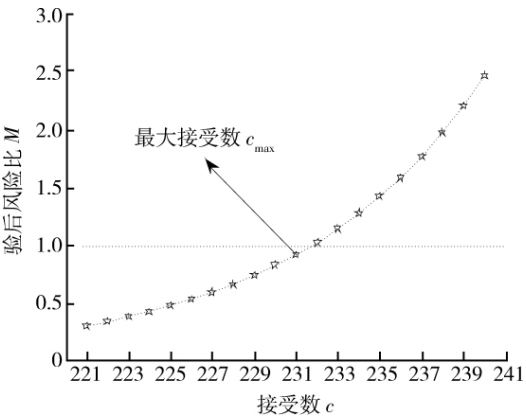


图 1 验后风险比与接受数的关系

Fig. 1 Relationship of posterior risk ratio and acceptable number

率特征, 当可靠度为 R 时, 试验当中作出拒绝和接受原假设的概率为

$$\begin{cases} P(y > c | R) = 1 - \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} (1-R)^i R^{n-i} \\ P(y \leq c | R) = \sum_{i=0}^c \binom{n}{i} (1-R)^i R^{n-i} \end{cases}$$

(12)

根据 Bayes 方法中平均风险的计算公式^[10], 依据抽样结果进行决策的两类风险为

$$\left\{\begin{aligned}\alpha(n,c) &= P(y > c \mid R \in \Theta_0) = \\ &\frac{\int_{\Theta_0} P(y > c \mid R) \pi(R \mid a,b) dR}{\int_{\Theta_0} \pi(R \mid a,b) dR} \\ \beta(n,c) &= P(y \leq c \mid R \in \Theta_1) = \\ &\frac{\int_{\Theta_1} P(y \leq c \mid R) \pi(R \mid a,b) dR}{\int_{\Theta_1} \pi(R \mid a,b) dR}\end{aligned}\right.$$

(13)

表 2 不同试验方案对应的两类风险
Table 2 Two types of risks on different test plans

(n,c)	$\alpha(n,c)$	$\beta(n,c)$	(n,c)	$\alpha(n,c)$	$\beta(n,c)$
(38,1)	0.027	0.095	(139,2)	0.070	0.58×10^{-4}
(39,1)	0.029	0.087	(140,2)	0.071	0.53×10^{-4}
(40,1)	0.030	0.080	(182,3)	0.037	0.74×10^{-5}
(41,1)	0.032	0.073	(183,3)	0.037	0.67×10^{-5}
(137,2)	0.068	0.70×10^{-4}	(184,3)	0.038	0.62×10^{-5}
(138,2)	0.069	0.64×10^{-4}	(185,3)	0.039	0.56×10^{-5}

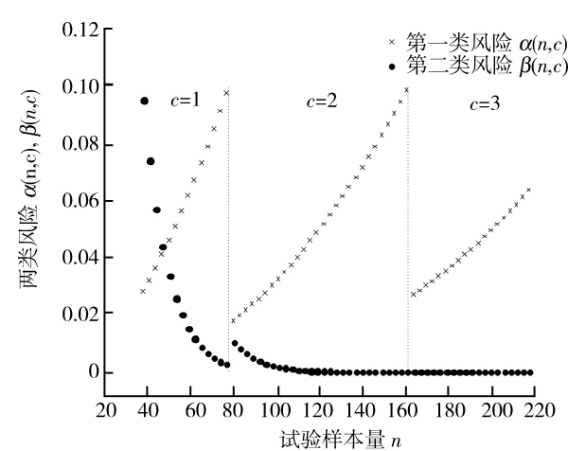


图 2 样本量与两类风险的关系图
Fig. 2 Relationship of two types of risks and sample number

3 基于 Matlab 的最优试验方案求解

由于 Matlab 软件具备强大的计算功能,能进行复杂的积分运算,因此,在 N 不大的条件下,可采用 Matlab 软件进行枚举计算. 选择满足公式(3)、(4)要求的最小的现场试验次数 n . 计算步骤如下:

例 2 取验前分布 $\pi(R)$ 为 $B(1387,8)$, $R_0 = 0.90$, 风险取 $\alpha_0 = 0.1, \beta_0 = 0.1$, 由式(13)计算可得不同样本量 n 以及不同的 c 所对应的两类风险,部分计算结果见表 2,求解过程见图 2.

图 2 中,两类风险随着样本量的增大呈现出阶段波动的特点,这主要是由于 c 的不同引起的. 当 c 一定时,随着样本量的增加,弃真的风险增加,采伪的风险减小. 但是从总的趋势来看,两类风险随着样本量的增加而逐渐减小,这符合实际情况.

Step 1 根据实际情况选择 $C_0, C_1, C_2, C_3, \alpha_0, \beta_0$ 和 n_0, N 的具体数值.

Step 2 根据验前信息,包括历史试验数据、子系统信息、专家信息、仿真信息等确定可靠度 R 的验前分布 $\pi(R)$.

Step 3 选择 $n = N$, 由式(11)计算 $c_{\max}$, 根据式(13),在 $0, 1, 2, \dots, c_{\max}$ 中选择满足式(4)的接受数 $c(N)$, 进入 step 4. 如 $c(N)$ 不存在,说明现有的信息和样本量还不能满足最低的检验条件,需修改约束条件(式(4))或者收集更多的验前信息,修改验前分布,然后转 step 1.

Step 4 定义损失的初始值:

$$C_T = C_0 + C_1 N + C_2 \alpha(N, c(N)) + C_3 \beta(N, c(N))$$

Step 5 取 $n = n_0$.

Step 6 由式(11)计算样本量 n 对应的 $c_{\max}$, 由式(13)计算满足式(4)的接受数 c , 再由式(2)计算 $f(n,c)$, 并判断: 若 $f(n,c) < C_T$, 则记 $n_c = n$ 为当前最优的试验次数, 取 $C_T = f(n_c, c(n_c))$, 令 $n := n + 1$, 继续进行 step 6; 若 $\alpha(n,c), \beta(n,c)$ 不满足公式(4), 则取 $n := n + 1$, 继续进行 step 6, 当 $n > N$ 时, 停止计算.

在假设检验中,若仅要求 $\alpha(n,c) \leq \alpha_0, \beta(n,$

$c) \leq \beta_0$, 则仅需对式(3)进行修正, 选择一个较大的数 M_0 (例如 $M_0 = 1\,000\,000$), 令 $C_2 = M_0$, 并取 $C_2 = C_3 = 1$, 即可.

通过上述的循环计算, 即可得到最优的试验次数 n_c . 试验实施时, 安排进行 n_c 次试验. 试验完毕后, 如果失败数小于 $c(n_c)$, 则接受原假设, 否则拒绝原假设.

4 示例分析

例 4 对某成败型产品的可靠性进行验证试验, 设经过对已有验前信息的分析, 得到其可靠度的验前分布 $\pi(R)$ 为 $B(1387, 8)$, 经过生产方和使用方的协商, 约定 $R_0 = 0.90$, 试验中产生的风险的上限为 $\alpha_0 = 0.1, \beta_0 = 0.1$, 试给出试验方案.

对于本例考虑如下三种情况进行分析:

1) 系数方案 I, 选择 $C_0 = 5, C_1 = 1, C_2 = 300, C_3 = 500$. 由第 3 节的计算步骤, 可以求得当试验损失达到最小时的试验方案为 $(50, 1)$. 此时,

$\alpha(50, 1) = 0.0459, \beta(50, 1) = 0.0338$, 且当样本量 $n = 50$ 时, $c_{\max} = 50$.

2) 系数方案 II, 选择 $C_0 = 5, C_1 = 1, C_2 = 100, C_3 = 200$. 由第 3 节的计算步骤, 可以求得当试验损失达到最小时的试验方案为 $(42, 1)$, 此时, $\alpha(42, 1) = 0.0335, \beta(42, 1) = 0.0678$, 且当样本量 $n = 42$ 时, $c_{\max} = 42$. 表 3 列出了系数方案 I 和 II 满足两类风险约束要求的部分试验方案所对应的试验损失, 求解过程见图 3.

3) 系数方案 III, 选择 $C_0 = 5, C_1 = M_0, C_2 = 1, C_3 = 1$. 此时相当于仅考虑两类风险约束, 而不考虑试验所造成的损失. 由第 3 节的计算步骤, 可以求得最优试验方案为 $(38, 1)$.

系数方案 I, II, III 所对应的两类风险的实际值、 $c_{\max}$ 和当采用 $c_{\max}$ 作为接受值进行决策时(即按照经典的 Bayes 方法, 采用 0-1 损失函数进行决策时)两类风险的值如表 4 所示.

由表 4 可见, 不同的系数方案, 对应的最优试

表 3 部分试验方案的损失
Table 3 Loss for parts test plans

系数方案	(n, c)	$f(n, c)$	(n, c)	$f(n, c)$	系数方案	(n, c)	$f(n, c)$	(n, c)	$f(n, c)$
I	(38, 1)	98.989	(46, 1)	86.850	II	(38, 1)	64.839	(46, 1)	64.550
	(39, 1)	96.548	(47, 1)	86.314		(39, 1)	64.435	(47, 1)	64.904
	(40, 1)	94.409	(48, 1)	85.947		(40, 1)	64.152	(48, 1)	65.3257
	(41, 1)	92.552	(49, 1)	85.735		(41, 1)	63.981	(49, 1)	65.808
	(42, 1)	90.957	(50, 1)	85.668		(42, 1)	63.913	(50, 1)	66.349
	(43, 1)	89.606	(51, 1)	85.735		(43, 1)	63.943	(51, 1)	66.942
	(44, 1)	88.481	(52, 1)	85.926		(44, 1)	64.064	(52, 1)	67.585
	(45, 1)	87.568	(53, 1)	86.231		(45, 1)	64.286	(53, 1)	68.2734

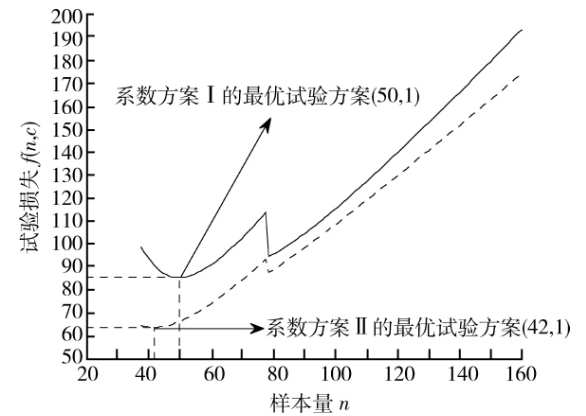


图 3 最优试验方案的求解过程

Fig. 3 Process of best test plan calculating

表 4 三种试验方案的比较
Table 4 Comparison of three test plans

	方案		
	I	II	III
(n, c)	(50, 1)	(42, 1)	(38, 1)
$c_{\max}$	50	42	38
$\alpha(n, c)$	0.0459	0.0335	0.0278
$\beta(n, c)$	0.0338	0.0678	0.0953
$\alpha(n, c_{\max})$	0	0	0
$\beta(n, c_{\max})$	1	1	1

验方案是不同的.这就要求在产品的试验中,生产方和使用方要根据待试装备的实际情况,慎重的选择系数方案,从而得到满足要求的最优试验方案.另外对比不同的系数方案中 (n, c) 和 $(n, c_{\max})$ 所对应的两类风险,可以看出,当采用经典的基于 0-1 损失函数进行 Bayes 假设检验的决策时,如试验结果为 $(n, c_{\max})$,采伪风险非常大.以系数方案 I 为例, $(n, c_{\max}) = (50, 50)$,计算可得采纳原假设的验后概率为 $P(H_0 | (50, 50)) = 1$,所以可以得出接收原假设的结论,但计算可得采纳原假设的第二类风险(平均风险)为 $\beta(50, 50) = 1$,采伪的风险很大.这就使得在实际的装备使用中存在非常大的潜在危险.而通过考虑两类风险的约束,在 $0, 1, 2, \dots, 50$ 中选择最合适的接受数 1 时,不仅满足决策法则,同时也满足两类风险.因此,仅考虑基于损失函数的决策法则是不能够满足要求的,在假设检验中,应综合考虑两类风险进行综合决策.

对比系数方案 I, II 和 III,可靠性试验的抽样样本量 $50 > 42 > 38$,这主要是由于样本量的增加降低了试验风险,而试验风险降低所减少的损失量要大于由于样本量的增加而增加的试验费用.与仅考虑风险约束的情况相比,运用 RTDML 求解的最优试验方案考虑的更加全面.

5 结 论

本文依据 Bayes 理论,在两类风险的约束下,对成败型装备的可靠性统计验证试验设计技术进行了研究,综合考虑风险损失和样本量所带来的成本,建立了基于试验损失的可靠性试验设计模型 RTDML.对于给定的抽样样本量,运用 0-1 损失函数,按照验后期望损失最小的原则,给出了确定最大可接受数的计算方法;根据抽样检验的理论,推导出了试验方案对应的两类风险的计算方法,给出了基于 Matlab 软件的最优试验方案的求解步骤,并且运用 Matlab 软件进行了算法实现;最后用示例展示了求解的具体过程,并进行了分析,说明这种方法可以很好的解决成败型产品的试验设计问题.从分析的情况看,RTDML 能在给定的风险约束和系数方案下,计算得出使得试验损失达到最小的最优可靠性验证试验设计方案,这对产品试验中降低风险约束、减少试验损失具有非常重要的理论意义和实际应用价值,但在具体的工程应用中,如何确定系数方案是需要进一步考虑的问题.

参考文献:

- [1] 武小悦,刘琦.应用统计学[M].长沙:国防科技大学出版社,2009.
WU Xiaoyue, LIU Qi. Applied statistics[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2009. (in Chinese)
- [2] 武小悦,刘琦.装备试验与评价[M].北京:国防工业出版社,2008.
WU Xiaoyue, LIU Qi. Military equipment test and evaluation[M]. Beijing: National Industry Press, 2008. (in Chinese)
- [3] 郭巍巍,潘文庚,罗广珂. BP 神经网络在航空炮弹可靠性中的应用研究[J]. 徐州空军学院学报, 2009, 20(2): 63-65.
GUO Weiwei, PAN Wengen, LUO Guangke. Application of BP algorithm in reliability prediction of aviation shells [J]. Journal of Xuzhou Air Force College, 2009, 20(2): 63-65. (in Chinese)
- [4] 周育才,吴昌.一类成败型产品的可靠性试验研究[J]. 航空兵器, 1998(6): 33-35.
ZHOU Yucai, WU Chang. Reliability test research for one binomial product[J]. Aero Weaponry, 1998(6): 33-35. (in Chinese)
- [5] 胡一繁,宋笔锋,王旭.飞机战伤备件需求量确定方法[J]. 航空学报, 2009, 30(3): 450-455.
HU Yifan, SONG Bifeng, WANG Xu. Ascertaining of spares requirements for aircraft battle damage[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30(3): 450-455. (in Chinese)
- [6] 国家标准局. GB5080. 5-85 设备可靠性试验成功率的试验方案[S]. 北京:中国标准出版社, 2000: 135-144.
National Bureau of Standards. GB5080. 5-85 equipment reliability testing compliance test plans for success ratio[S]. Beijing: Standards Press of China, 2000: 135-144. (in Chinese)
- [7] Mil-Hdbk-338b. Electronic reliability design handbook[M]. Washington: Department of Defense, 1998.
- [8] WU Xiaoyue. Reliability demonstration test model for binomial system with reliability growth[C] // Proceedings of 2009 8th international conference on reliability, maintainability and safety. Chengdu: Chinese Society of Aeronautics and Astronautics, 2009: 367-369.
- [9] Katsis A. Calculating the optimal sample size for binomial populations[J]. Commun Statist Theory Meth., 2001, 30(4): 665-678.
- [10] Hamada M S, Wilson A G, Reese C S, et al. Bayesian reliability[M]. New York: Springer, 2008.
- [11] Bunouf P, Lecoutre B. Bayesian priors in sequential binomial design[J]. Comptes Rendus Mathematique, 2006, 343(5): 339-344.
- [12] LIN Meiten, MIN Xie. Bayes reliability demonstration test plan for series-systems with binomial subsystem data[C] // Proceedings of 1998 Reliability and Maintainability Symposium. Anaheim: IEEE Press, 1998: 241-246.

[13]

田艳梅,张志华,郭尚峰. 二项分布下的一种贝叶斯可靠性验收试验方案[J]. 运筹与管理,2004,13(4):65-69.
TIAN Yanmei, ZHANG Zhihua, GUO Shangfeng. A Bayesian scheme of reliability acceptance test in binomial caes[J]. Operations Research and Management Science, 2004,13(4):65-69. (in Chinese)

[14]

姜礼平,陈宜辉,吴树和. 基于抽样净益的成败型产品 Bayes 鉴定试验方案[J]. 系统工程,2002,20(6):91-93.
JIANG Liping, CHEN Yihui, WU Shuhe. A Bayesian plan of qualification test based on ENGS in binomial caes[J]. System Engineering, 2002,20(6):91-93. (in Chinese)

[15]

何国伟,戴慈庄. 可靠性试验技术[M]. 北京:国防工业出版社,1995.
HE GuoWei, DAI Cizhuang. Reliability test technology [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1995. (in Chinese)